

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή στους φυσικούς αριθμούς	1
1.1	Πρώτοι Αριθμοί	2
1.2	Ανοικτά Προβλήματα	6
1.3	Προβλήματα	7
2	Μαθηματική Επαγωγή	9
2.1	Η Αρχή της Μαθηματικής Επαγωγής	9
2.2	Η Αρχή της Ισχυρής Μαθηματικής Επαγωγής	17
2.3	Προβλήματα	23
3	Ισοτιμίες	27
3.1	Τα βασικά	27
3.2	Εφαρμογές	30
3.3	Προβλήματα	32
4	Το Θεμελιώδες Θεώρημα της Αριθμητικής	35
4.1	Απόδειξη του Θεμελιώδους Θεωρήματος της Αριθμητικής	35
4.2	Προβλήματα	38
5	Το Μικρό Θεώρημα του Fermat και το Θεώρημα του Wilson	41
5.1	Το Μικρό Θεώρημα του Fermat	41
5.2	Το Θεώρημα του Wilson	44
5.3	Προβλήματα	46
6	Αποστολή και Λήψη Κρυφών Μηνυμάτων	49
6.1	Η μέθοδος RSA	50
6.2	Προβλήματα	54

7	Ο Ευκλείδειος Αλγόριθμος και Εφαρμογές	57
	7.1 Ο Ευκλείδειος Αλγόριθμος	58
	7.2 Εφαρμογές	60
	7.3 Προβλήματα	69
8	Ρητοί και Άρρητοι Αριθμοί	73
	8.1 Ρητοί Αριθμοί	73
	8.2 Άρρητοι Αριθμοί	75
	8.3 Προβλήματα	81
9	Οι Μιγαδικοί Αριθμοί	85
	9.1 Τι είναι ένας μιγαδικός αριθμός;	85
	9.2 Το μιγαδικό επίπεδο	88
	9.3 Το Θεμελιώδες Θεώρημα της Άλγεβρας	97
	9.4 Προβλήματα	101
10	Πληθάρθιοι Άπειρων Συνόλων	103
	10.1 Πληθικότητα Συνόλων	103
	10.2 Αριθμήσιμα και Υπεραριθμήσιμα Σύνολα	108
	10.3 Σύγκριση Πληθαρίθμων	113
	10.4 Προβλήματα	129
11	Βασικά Στοιχεία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας του Επιπέδου	133
	11.1 Τρίγωνα	133
	11.2 Το Αξίωμα της Παραλληλίας	138
	11.3 Εμβαδά και Ομοιότητα	142
	11.4 Προβλήματα	148
12	Γεωμετρικές Κατασκευές	153
	12.1 Κατασκευές με Κανόνα και Διαβήτη	154
	12.2 Κατασκευάσιμοι Αριθμοί	159
	12.3 Άρρητα Ριζικά	167
	12.4 Κατασκευή Γεωμετρικών Σχημάτων	176
	12.5 Προβλήματα	185
13	Μια Εισαγωγή στις Σειρές	191
	13.1 Σύγκλιση	191
	13.2 Γεωμετρικές Σειρές	198
	13.3 Ιδιότητες Σύγκλισης	200
	13.4 Ελάχιστο Άνω Φράγμα	202

13.5 Το Κριτήριο Σύγκρισης	204
13.6 Δεκαδική Αναπαράσταση των Πραγματικών Αριθμών	206
13.7 Επιπλέον Παραδείγματα Σειρών	209
13.8 Προβλήματα	214
14 Χώροι Μεγαλύτερης Διάστασης	223
14.1 Το Διδιάστατο Επίπεδο	223
14.2 Τριδιάστατος Ευκλείδειος χώρος	227
14.3 Χώροι Διάστασης Τέσσερα και Άνω	229
14.4 Νόρμες και Εσωτερικά Γινόμενα	230
14.5 Απειροδιάστατοι Χώροι	235
14.6 Διαφορά Μεταξύ Χώρων Πεπερασμένης και Άπειρης Διάστασης	240
14.7 Προβλήματα	243